Mendom@tic@
Revista Digital de Matemática
Recorriendo laberintos

Los números decimales en la EGB

Este artículo ha sido elaborado tomando como punto de partida:

- Fascículo 11 *La Matemática en el* Segundo Ciclo (DGE: 1996);
- Fascículo 33 *La Matemática en el Tercer Ciclo* (DGE: 1998);

materiales de apoyo para el docente, producidos por el Equipo de Curriculum y Capacitación en Matemática dependiente de la Dirección General de Escuelas. Gobierno de Mendoza.

- Alderete M. J. y otros (1996), *El mundo de los números y la Aritmética*. Mendoza: DGE

Los números decimales en la EGB

PARTE 1

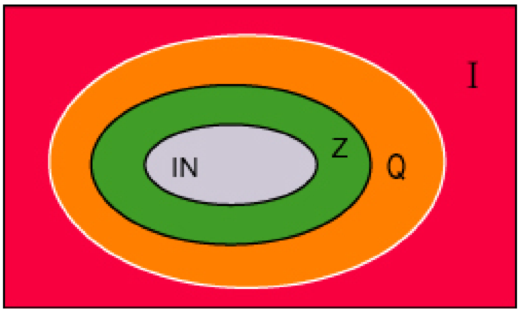
Una propuesta

Este artículo complementa lo tratado en la Sección Temas de Matemática, con el título *El anillo de los números decimales.*

En esta ocasión la finalidad es otra: considerar su abordaje en los primeros niveles de la escolaridad (desde el Tercer año de EGB_2 hasta el Octavo año de EGB_3). También podríamos hablar de ciclos, pero no es cuestión de designaciones. Mejor señalamos los años de la escuela en los cuales estamos interesados.

¿Cuáles son los sistemas numéricos usuales?

La respuesta está dada en el siguiente diagrama que ilustra el conjunto de los números reales IR (tomado como referencial) y sus subconjuntos o partes: IN (números naturales), Z (números enteros), Q (números racionales), e I (números irracionales), como por ejemplo el número $\prod$.

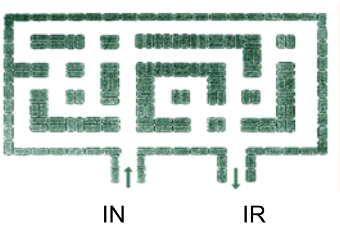


IR = Q $\cup$ I

En el conjunto IR están definidas cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división, excepto por cero). Esas operaciones se caracterizan por la verificación de ciertas propiedades que lo estructuran, algebraicamente, como cuerpo. Por eso se habla del cuerpo de los números reales. Además tiene definido un orden (total) simbolizado por $\leq$. Y además, entre tantas ventajas, es como mágico, porque "completa" la recta numérica. Por todo eso es que hablamos del *sistema de los números reales*.

Si en la escolaridad fuera posible seguir ese camino, no habría ningún problema, desde la mirada de la Matemática, para *llegar* desde el sistema de los números naturales hasta al sistema numérico de los reales.[1] Pero si tenemos en cuenta la edad de los alumnos, el aprendizaje y la enseñanza, ese camino es impensable.

Entonces?. Tenemos que buscar *caminos alternativos* para recorrer el laberinto que se nos presenta.

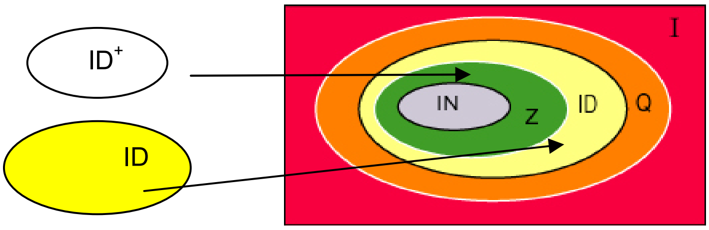


Se hace necesario encontrar la salida de manera airosa, para introducir el conjunto IR (aunque de manera intuitiva), en el octavo año del Tercer Ciclo, sin *que se enoje la ciencia por el tratamiento caótico y deformado de los objetos matemáticos* que, en este caso, son los números, sus operaciones, sus cálculos, sus propiedades, sus usos y funciones, etc., Pero también, de manera que el camino elegido *sea posible para el que enseña y por sobre todo, para el que aprende.*

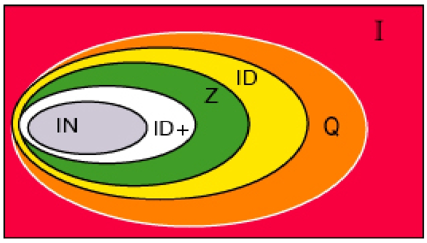
Un camino alternativo es recurrir a los números decimales (relativos), teniendo en cuenta que, si bien son números racionales, o sea son elementos de Q, ellos por sí mismos, *son tan ricos como para constituir un sistema numérico: el sistema de los números decimales.*

[1] Hay otro camino consistente en partir del mismo IR. Su tratamiento escapa a los a los propósitos de este artículo.

Miremos el diagrama que sigue. Es elocuente. Podemos comenzar a considerar el conjunto ID$^+$ y conformar el conjunto ID en el 8º año.



Es decir, tenemos



En el diagrama pusimos énfasis en los números decimales. Sin embargo, también aparecen en el recorrido los números racionales positivos o sea, los números fraccionarios, elementos de Q$^+$, hasta el 8º año donde se conforma Q.

Volvamos a los decimales (relativos) es decir, a los elementos de ID. Entre ellos hay decimales positivos ($x \geq 0$) y decimales negativos ($x \leq 0$). Por supuesto que, los primeros a tener en cuenta son los números decimales positivos, que son elementos de ID$^+$.

Es una lástima que estos números, sencillos, fácilmente manejables por un niño y muy usados en la vida diaria, estén tan mal tratados en la escuela.

Tanto en la escuela, como en los libros de textos para alumnos, (salvo excepciones), aparecen de manera confusa, no reconocidos y hasta con nombres extraños.

En efecto, pierden su identidad como números. ¿Se habla de ellos cuando aparecen las expresiones decimales, las fracciones decimales?. Para peor hasta se hacen cálculos de sumas, restas … con expresiones decimales. ¿Debemos entender que las expresiones decimales aluden a las escrituras con coma que, en algunos casos, sirven para representar los números decimales? Nuestra duda aparece porque encontramos expresiones decimales que representan racionales no decimales y también números irracionales.

Por eso hay que tener cuidado. El número $\frac{1}{3}$ *se puede escribir también, con una expresión decimal 0, 333… y, sin embargo no es un número decimal.*

Por ejemplo, podemos escribir:

- $\frac{1}{2}$ como 0,5. O sea, con escritura fraccionaria y con expresión decimal.
- $\frac{1}{3}$ como *0, 333…* O sea, con escritura fraccionaria y con expresión decimal

Ambos admiten escritura fraccionaria y expresión decimal. Ambos son racionales. Pero el primero es un racional decimal, mientras que el segundo es un racional no decimal. Ambos pueden quedar *representados* por una fracción que tenemos que aprender a distinguir.

Si nos referimos a los números decimales positivos, pueden representarse por medio de fracciones decimales, o sea por fracciones cuyo denominador es la unidad seguida de ceros.

Por ejemplo, $1{,}7 = \frac{17}{10}$; $\frac{13}{100} = 0{,}13$; $\frac{217}{1000} = 0{,}217$

Los decimales 0, 1 ; 0, 01 ; 0, 001 se representan por fracciones que tienen como denominador la unidad seguida de ceros.

$0,1 = \frac{1}{10}$; $0,01 = \frac{1}{100}$; $0,001 = \frac{1}{1000}$

Decir que se representan por medio de fracciones (decimales) no significa identificar el número decimal con la fracción (símbolo) que lo representa. También representamos los números decimales por nombres como "tres enteros dos centesímos" que podemos leer o darlo por escrito.

¿Sabía usted ……

Una fracción es un símbolo que tiene otros usos. Por ejemplo, la siguiente *fracción*

$$\frac{2}{\sqrt{3}}$$

no representa a ningún número racional (decimal, o no) pero sí, representa un número real. El primer problema está resuelto. Es cuestión de leer bien el artículo *Los decimales.* También puede leer el libro *Sistemas numéricos* (de la Serie Roja mundo de los números y la Aritmética)[2]. Es otro material producido en Mendoza para apoyo al docente.

Una vez revisadas estas cuestiones básicas, nos centramos en otro problema: cómo insertar en el currículum a los números decimales a partir del tercer año del Primer Ciclo hasta llegar al octavo del Tercer ciclo. Obviamente hay que comenzar por los decimales positivos es decir, por los elementos de ID^+. Ya en el octavo año se hace una primera sistematización de los sistemas numéricos: IN, Z, ID, Q y, de manera casi intuitiva "aparece" el conjunto IR. Ya tiene Q y nada impide hablarle de otros números como $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, π, … algunos de los cuales viene usando desde años anteriores.

Las siguientes son algunas consideraciones.

[2] Alderete, J., Iturrioz, K., Santander, M. y cols. (1993). *Sistemas numéricos*. Mendoza: Dirección General de Escuelas.

1 En el Primer Ciclo, los alumnos tienen oportunidad de conocer y usar los primeros números decimales positivos (hasta los de dos cifras decimales), presentados en su escritura posicional y vinculados con los **usos sociales** de los mismos: lectura de precios de algunos artículos usando facturas, ticket, revista, diarios y realizar juegos, como simular un kiosco, que les permita manejar monedas y billetes de uso corriente y poder efectuar canjes, por ejemplo, de billetes por monedas, de billetes por billetes.

Tengamos en cuenta que los distintos conjuntos numéricos responden a necesidades provenientes de la vida cotidiana. Y así como los números naturales sirven básicamente para contar, (aspecto cardinal), o para determinar la posición de uno de ellos en una sucesión, (aspecto ordinal), los números decimales sirven, entre otras cosas, para expresar porciones de la unidad.

Nadie está pensando que los alumnos tengan una introducción formal al concepto de número (natural o decimal positivo). Se trata de una aproximación intuitiva que dé cuenta, por ejemplo, de algunas propiedades de orden (para ello compara, ordena, intercala, aproxima,…) y de los cálculos básicos que realiza.

2 La función principal del Segundo Ciclo de la EGB es la de afianzar y profundizar los aprendizajes matemáticos iniciados en el Nivel Inicial y durante los tres años del Primer Ciclo.

De allí que de una presentación de los números decimales positivos ID^{+}_{2} (o sea, con dos cifras decimales), hecha en el ciclo anterior desde los usos sociales, (lectura de precios, manejo de monedas y billetes), cálculos simples, ordenamientos, …. se pasa a un conocimiento más amplio de todos los números decimales positivos, con sus distintas representaciones (fraccionaria y posicional o cifrada, caracterizada por tener “coma” y presentar, después de ella, un número finito de cifras decimales).

Estos números decimales positivos no son más que los cocientes obtenidos al dividir a por b (con a y b naturales y b distinto de cero), cuando el resto es 0.

Por ejemplo, al hacer la división entre 1 y 2, obtenemos el cociente 0, 5 y el resto 0. En este caso estamos ante un número decimal, que podemos escribir como 0, 5 o en forma fraccionara $\frac{1}{2}$.

Cabe destacar que los números naturales también se consideran números decimales positivos. En efecto, interpretamos que aparecen, como aquellos, por división. Por ejemplo, al hacer la división entre 8 y 4, obtenemos como cociente el natural 2. La división da resto cero y es válido escribir 2 = 2,0 ó 2,00.

Entonces, no caben dudas:
2 es un número natural, pero también es un decimal positivo.
Teniendo en cuenta esta interpretación, que aparenta ser intuitiva, pero que se apoya en fundamentos matemáticos, el conjunto IN es parte, o subconjunto del conjunto ID^{+}, que es parte o subconjunto del conjunto ID.

Lo cierto es que la construcción y afianzamiento de los números decimales positivos es tema prioritario de este segundo ciclo.

Un elemento importante a considerar en la construcción de los números decimales, es que están asociados con el concepto de medida, así como los números naturales lo están con la noción de contar. Si bien contar y medir son dos partes de un mismo juego matemático, tanto en uno como en el otro se trata de determinar la cantidad de veces que un objeto dado está presente dentro de un conjunto de objetos similares. Pero hay una diferencia. Contar está relacionado con el campo de los objetos discretos, mientras que medir lo está con el campo de los objetos continuos, siendo uno de los núcleos epistemológicos de la Matemática.

En síntesis, el alumno debe comprender que medir es la estrategia desarrollada para contar lo continuo, por lo tanto contar y medir están íntimamente relacionados y que, en el hecho de medir, aparecen conceptos como "precisión", "truncamiento", "aproximación", "encuadramiento" que son necesarios ya que la media absoluta, sin error no existe. Todo aparato de medición y el ojo humano provocan errores insalvables y acotables.

En el segundo ciclo se privilegia la construcción del sistema de numeración posicional. Los alumnos ya han iniciado su tratamiento en el ciclo anterior, especialmente con los números naturales hasta 10.000, pero es impensable creer que han podido comprender bien las reglas del sistema, porque distan de resultarle evidente.

Lo que se propone para esta etapa de la escolaridad es un estudio profundizado e importante de las reglas que subyacen a las designaciones de los números naturales y a la de los números decimales positivos, (sea numeración oral y escrita), así como la regla de comparación, lo que conducirá a actividades de ordenamiento, intercalación, encuadramiento, aproximación.

El algoritmo para aproximar un número decimal a una unidad de un orden dado es una extensión del considerado en IN.

Sugerimos que la lectura de los nombres de los números decimales (representación verbal) se haga destacando la parte entera de la parte decimal. Hay que aprender a reconocer las unidades de los diversos órdenes que figuran después de la coma decimal. Toda cifra escrita inmediatamente a la derecha de otra, después de la coma, representa unidades del orden inmediato inferior.

En cuarto año, o sea, en el primero de EGB_2, proponemos el uso de los números decimales con dos cifras decimales, mientras que en quinto, con tres de ellas, y al finalizar el ciclo, el trabajo con cualquier número decimal positivo o, sea con cualquier número de ID^+.

Cálculos en ID^+.

En cuanto a los cálculos y a las operaciones previstas para el Segundo Ciclo, las prioridades giran en torno al afianzamiento del uso de la calculatoria, la comprensión del significado de los cálculos con números decimales positivos, especialmente escritos con escritura posicional y la iniciación a la comprensión del significado de los cálculos con números fraccionarios positivos o racionales positivos (sean o no, decimales). No hay que olvidar que los cálculos y el ordenamiento de los números racionales positivos, representados con escritura fraccionaria, resultan complejos y a menudo, los alumnos pierden de vista la extensión de las propiedades aprendidas en los números naturales y aún en los números decimales positivos, dados con escritura posicional.

Podemos proponer sumas, restas (posibles), multiplicaciones y algunas divisiones (excepto por cero).

Pero cuidado. En cuarto año no se puede multiplicar dos números decimales positivos de orden 2. ¿Por qué? El producto resulta ser un número decimal de orden 4. Luego no es elemento del conjunto $\mathbf{ID}^{+}_{2}$. Sin embargo podemos multiplicar un número decimal positivo de orden 2 por un número natural (en realidad también es un decimal positivo, sin cifras decimales significativas).

Los algoritmos de la suma, resta, multiplicación y división (excepto por cero) manejados en IN, se extienden de manera natural para hacer cálculos con los números decimales positivos, escritos en forma cifrada, con la ventaja que ello presupone.

Fácilmente se reconocen y usan las propiedades de los cálculos, porque son análogas a las vistas en IN. Recomendamos que, aparte de los ejercicios rutinarios, se preste mucha atención a los problemas que requieren el uso de los números en distintos contextos.

3 Al llegar al Tercer Ciclo EGB/ Nivel Medio (7º, 8º y 9º años) los alumnos tienen oportunidad de conocer y usar en 8º año, los primeros números decimales (relativos) o sea de ID, sistema numérico que se amplía en el mismo año a Q. De ahí, de manera intuitiva y con la identificación de números como $\sqrt{2}$, Π, ... necesarios para ciertos desarrollos, aparece de manera natural, (para ese nivel de la escolaridad), el conjunto IR. Si en el aula de 8º año no se mencionan los números reales (identificados con los puntos de la recta numérica) es imposible considerar otros temas como las funciones afines o lineales sobre IR, aún cuando solamente sea por sus gráficas cartesianas en el plano provisto de una referencia adecuada.

El profesor que enseña en un 8º año no puede enseñar solo, tiene que articular con el de abajo y con el del siguiente año. De manera similar, el docente que enseña en 1er año de Polimodal, tampoco puede actuar solo. Muchas veces el alumno llega al Tercer Ciclo arrastrando problemas de los ciclos anteriores y más aún, llega al nivel siguiente con problemas, cada vez más serios, que no han sido asimilados o aprendidos y eso dificulta la enseñanza y el aprendizaje de contenidos más complejos.

PARTE II

Para analizar

Presentación sintética de los contenidos de los números decimales (EGB_1, EGB_2,EGB_3)

	PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO
	● Los números decimales positivos	**● Los números decimales positivos**	**● Los números decimales**
	- Funciones y usos de los números decimales positivos hasta los de orden 2. - Reconocimiento en la vida cotidiana.	- Funciones y usos de los números decimales positivos. - Los principios de la numeración oral y escrita. - Lectura y escritura (en cifras y en letras).	- Funciones y usos de los números decimales negativos. - Lectura y escritura (en cifras y en letras), posicional y fraccionaria. Notación científica.
		- El orden: comparación, ordenamiento, aproximación, encuadramiento y truncaduras.	- El orden: comparación, ordenamiento, aproximación, intercalación, encuadramiento y truncaduras.
		- La recta numérica.	- La recta numérica.
	- Sumas y restas	- Los cálculos básicos y las operaciones: Las potencias. - Propiedades y técnicas operatorias. - El cálculo reflexivo. Uso de la calculadora	- Los cálculos y las operaciones: Las potencias y las raíces cuadradas exactas Propiedades y técnicas operatorias. El cálculo reflexivo. Uso de la calculadora

PARTE III

Acto de imaginería.

Varios colegas han leído el artículo. Tienen muy claro cuáles son los números decimales.

Juan propone identificar los números decimales en los textos que siguen. Nosotros no pudimos.

- Equivalencia entre *expresiones fraccionarias* y *decimales* de uso frecuente para una *misma cantidad*.
- Comparar, entre sí y con *números naturales*, *fracciones* y *expresiones con una o dos cifras decimales* de uso frecuente a través de distintos procedimientos.
- Sumar *cantidades* expresadas por *fracciones* y *decimales* para calcular dobles, triples, …
- Elaborar y comparar procedimientos de cálculo – exacto y aproximado, mental, escrito y con calculadora – de sumas y restas entre *fracciones* y entre *expresiones decimales por un número natural*, incluyendo el encuadramiento entre de los resultados entre naturales y analizando la pertinencia y economía del procedimiento en relación con los *números involucrados.*
- Elaborar estrategias de cálculo utilizando, progresivamente, resultados memorizados, relativos a *fracciones* y a *expresiones decimales* de uso corriente (1/2 + ½; 174 + ½; ½ + ¾; 0, 25 + 0, 25; 0, 50 + 1, 50; dobles; etc.).
- Comparar *fracciones* y/o *expresiones decimales* a través de distintos procedimientos, incluyendo la representación en la recta numérica e intercalando *fracciones* y *decimales* entre otros números.

- Analizar afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que diferencian los *números naturales* de las *fracciones* y las *expresiones decimales*.
- Usar diferentes representaciones para de un *número racional* (expresiones *fraccionarias* y *decimales*, *notación científica*, *punto de la recta numérica*, …), argumentando sobre su equivalencia y eligiendo la representación más adecuada en función del problema a resolver.
- Analizar diferencias y similitudes entre las propiedades de los *números enteros* (Z) y los *racionales* (Q) (orden, discretitud y densidad).
- (…)

A nosotros también nos ocurre que no entendemos, entre otras cosas: ¿Qué son las expresiones decimales? ¿Son los números decimales o sea, los racionales decimales? ¿Son los números racionales? ¿Se trata de cualquier número real que tenga coma? Más aún, estamos desorientados porque las expresiones decimales no se suman. Son representaciones, en todo caso, de algunos números, ….Y eso de sumar expresiones decimales con fracciones …. ¿Habrán querido decir números decimales escritos en forma fraccionaria, con números fraccionarios no decimales? ¿Habrán querido decir …..

PARTE IV

Reflexiones

En este artículo solamente tuvimos en cuenta un camino posible para considerar los números decimales a lo largo de la EGB. Sabemos que es necesario pero no suficiente.

El camino de los aprendizajes tiene dos puntas: el que aprende y el que enseña, y en el medio está la metodología. Y esa metodología implica cómo se va a enseñar, qué se quiere hacer del alumno, y con qué le vamos a llenar la cabeza.

En la próxima revista Revista 18, el acento estará puesto en los números racionales