

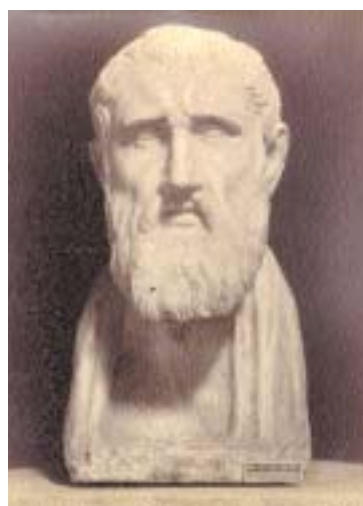
SUMANDO EL INFINITO

A lo largo de estas páginas ya nos hemos acostumbrado a descubrir aspectos de la Matemática que aún nos sorprenden hoy. La intuición nos resulta a menudo suficiente para comprender el mundo en el que vivimos y solemos resistirnos a cualquier interferencia con ella. La Matemática nos enseña que *lo que debería ser* y *lo que es* no siempre coinciden y que el precio a pagar por no aceptar los lugares donde nos lleva la lógica, el rigor y el formalismo de la Matemática es muy caro. No es fácil aceptar unas partes de esta disciplina que nos ayudan a entender el Universo y no aceptar otras. Hoy te hablaremos del control del infinito que los matemáticos han aprendido a tener en aras de mejorar nuestra vida.

por Lolita Brain

ZENÓN DE ELEA, UN VISIONARIO

Zenón de Elea (s. V a.C.) es una controvertida figura de nuestra filosofía occidental. Discípulo de Parménides, sus famosas paradojas, hoy en día falsas, han llegado intactas hasta nosotros como un manifiesto de que el movimiento va en contra de la *doxa* (la opinión común). A través de sus argumentos lógicos, y usando las ideas pitagóricas de un espacio compuesto de cúmulos de puntos discretos, trató de demostrar la imposibilidad del movimiento.



LAS PARADOJAS

Zenón propuso en sencillos argumentos profundas ideas que conectan con la continuidad de nuestro espacio o con la imposibilidad de resultados finitos a través de procesos infinitos. Expuso sus teorías en cuatro famosos argumentos. En la *Dicotomía* y en *Aquiles* sostiene que la subdivisión continua del espacio imposibilita el movimiento. En la *Flecha* y en *Estadio*, algo más difíciles de tratar, prueba que el movimiento es imposible si subdividimos el tiempo y el espacio en indivisibles.



AQUILES Y LA TORTUGA

Aquiles el de los pies ligeros compite en una carrera con una tortuga. Como él es mucho más rápido, le da una cierta ventaja. Zenón argumenta que Aquiles no alcanzará nunca a la tortuga. Cuando el griego llega a la posición que ocupa inicialmente el quelonio, éste se ha desplazado un cierto espacio. Cuando Aquiles llega a esta segunda posición, la tortuga habrá avanzado a un tercer punto, que cuando es alcanzado por el veloz guerrero ya no estará ocupado por la tortuga. Siguiendo este razonamiento *ad infinitum*, Zenón pretende demostrar que Aquiles nunca alcanzará a la tortuga y por tanto no ganará la carrera.



A



B

AQUILES DA DE VENTAJA A LA TORTUGA LA DISTANCIA AB



A



B



C

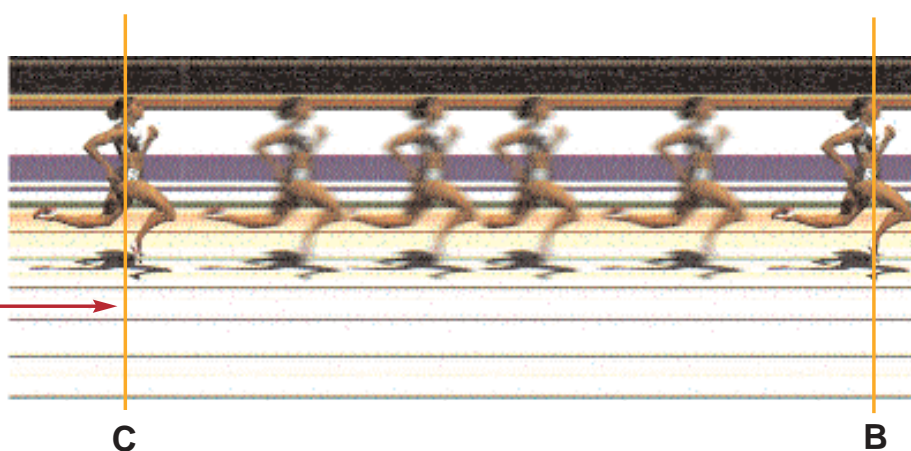
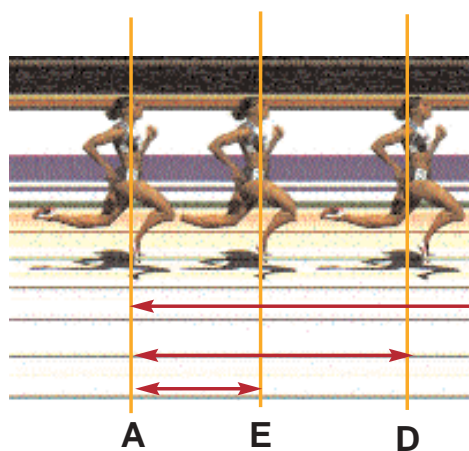
PERO CUANDO AQUILES LLEGA A B, LA TORTUGA YA ESTÁ EN C...

LA PARADOJA DE LA DICOTOMÍA

La paradoja de la Dicotomía es similar a la de Aquiles pero utiliza la subdivisión de modo regresivo, en lugar de progresivo. Zenón nos dice que si un corredor desea llegar del punto A al B, necesariamente tendrá que alcanzar previamente el punto C

que se halle exactamente en la mitad del recorrido. Pero para llegar a ese punto C deberá recorrer antes el espacio que separe A de D, punto que se encuentra en la mitad de AC. Y para alcanzarlo, deberá llegar previamente a E, situado en la mitad de AD.

Este razonamiento lleva a pensar a Zenón que el corredor deberá recorrer infinitas posiciones para alcanzar la meta, lo que no es posible que realice ya que no se pueden recorrer infinitos espacios en un tiempo finito.



¿EN QUÉ SE EQUIVOCABA ZENÓN?

El problema con sus paradojas, es que Zenón se encontraba incómodo con la suma de infinitos términos numéricos. Su principal argumento era que si sumamos infinitas cantidades, independientemente de cómo fueran éstas, debemos obtener una cantidad infinita. Si esta consideración fuera cierta, el problema propuesto de Aquiles y la tortuga le daría la razón, y Aquiles perdería la carrera. Pero la realidad nos informa de que Aquiles, obviamente, adelanta a la tortuga en su carrera. ¿Cómo negar por tanto lo que parece un sólido argumento propuesto por Zenón? Cuando el cálculo de infinitesimales entra en juego, cuando el límite de una suma se observa como consistente en el mundo de la Matemática, la razón y la intuición se abrazan para quitar a Zenón la razón. Pero no lo olvidemos, fueron necesarios siglos de pensamiento para conseguirlo. La Matemática mostró -y demostró- que sumar infinitas cantidades puede ser un proceso de resultado finito.



LEWIS CARROLL (1832-1898)

La fascinación por el mundo de las paradojas de Zenón y la incertidumbre lógica que encierran, cautivó a Charles L. Dodgson, Lewis Carroll, a escribir varios atrevidos cuentos inspirados en la paradoja de Aquiles, en los que una liebre y una tortuga discuten de temas de lógica.

