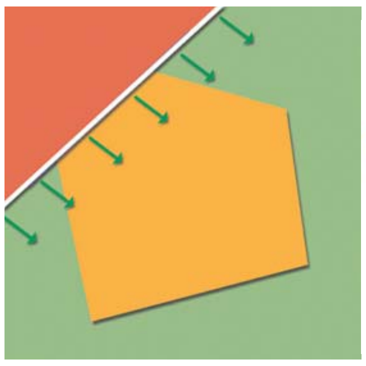
CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD

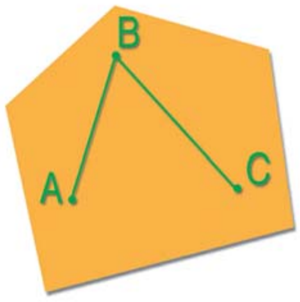
Hace semanas hablamos en estas páginas de la concavidad y la convexidad en relación con una obra de Escher. Hoy vamos a definir con el rigor de las matemáticas estos dos conceptos que forman parte del lenguaje común: las cucharas, los tubos, los ojos, las cuevas... son objetos a los que referimos la propiedad de ser cóncavos o convexos. Los dos conceptos están íntimamente ligados y son relativos al punto de vista que se tome. Según la geometría, comemos con la región convexa de la cuchara y las órbitas de los ojos son convexas como lo es la cueva en la que nos adentramos. Comúnmente, sin embargo, solemos referirnos a dichas partes como cóncavas.

por Lolita Brain

POLÍGONOS CONVEXOS

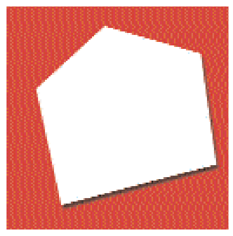
La primera noción que tenemos de concavidad y convexidad se refiere a las figuras planas, y dentro de ellas a los polígonos por ser éstos los objetos planos más sencillos. En principio, lo convexo se identifica con aquellas figuras que *se expanden hacia afuera*. En matemáticas, un polígono es convexo si las rectas que trazamos sobre sus lados dejan a todo el polígono en uno de los dos semiplanos. Pero podemos definir la convexidad sin hacer alusión al plano que contiene. Observa la figura de la derecha: si unimos cualquier pareja de puntos del polígono convexo con segmentos, los segmentos *AB* o *BC* se encuentran dentro del polígono.

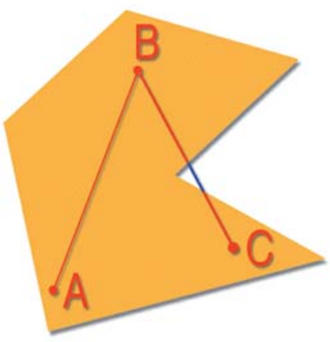


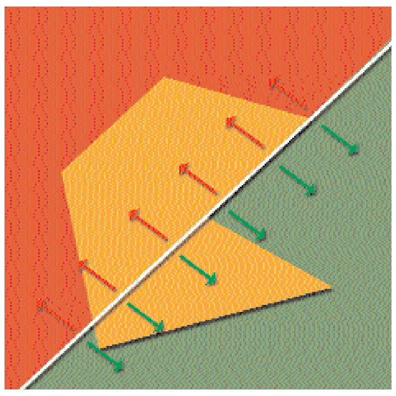


UNIDOS PARA SIEMPRE

Cóncavo y convexo son conceptos complementarios y por ello el uno sin el otro carecen de sentido. Cuando tenemos una figura cóncava, automáticamente disponemos de su complementaria que será convexa, y viceversa. Todo depende del punto de vista adoptado. El polígono blanco es convexo pero el exterior, de color rojo, es una región cóncava.

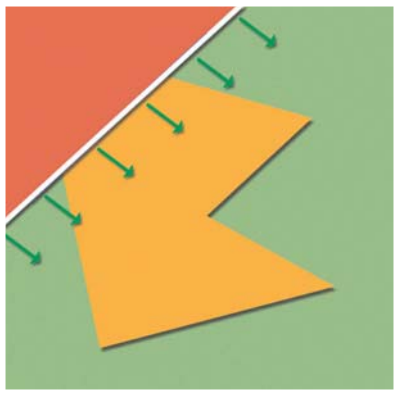






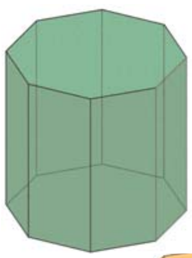
POLIEDROS CÓNCAVOS

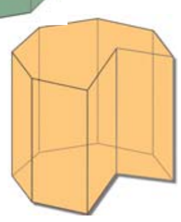
Los polígonos son cóncavos si *tienen entrantes*. Esto se ejemplifica en matemáticas del siguiente modo. Observa que si trazas rectas por los lados del polígono, algunas le dejan dentro de un semiplano (el verde en la imagen). Pero si escogemos otro lado, ahora una parte del polígono está en el semiplano verde y otra parte, en el rojo. Observa que al unir dos puntos interiores A y B, el segmento que los enlaza está contenido en el polígono, pero si la elección es B y C, una parte del segmento *sale* de la figura.

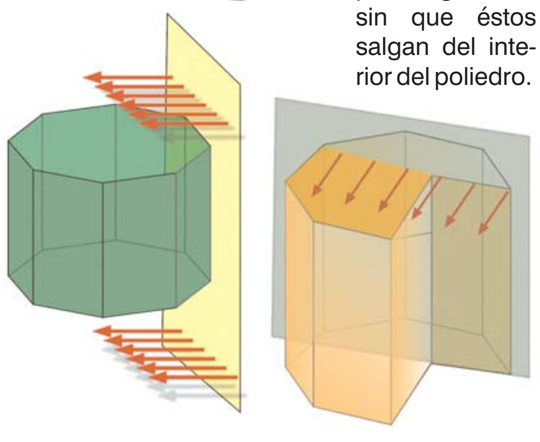


POLIEDROS CÓNCAVOS Y CONVEXOS

Se pueden extender estas nociones a regiones tridimensionales del espacio. Los poliedros también pueden ser cóncavos o convexos. En este caso lo que hacemos es trazar planos que contengan a cada cara. Si el poliedro queda en el mismo semiespacio, es convexo, como sucede en el prisma verde. En caso contrario, el poliedro es cóncavo, como le pasa al de color naranja. Observa también que en el poliedro convexo, la región interna se puede comunicar por segmentos que siempre están en el interior. En cambio, en el poliedro cóncavo, algunos puntos no pueden unirse por segmentos sin que éstos salgan del interior del poliedro.

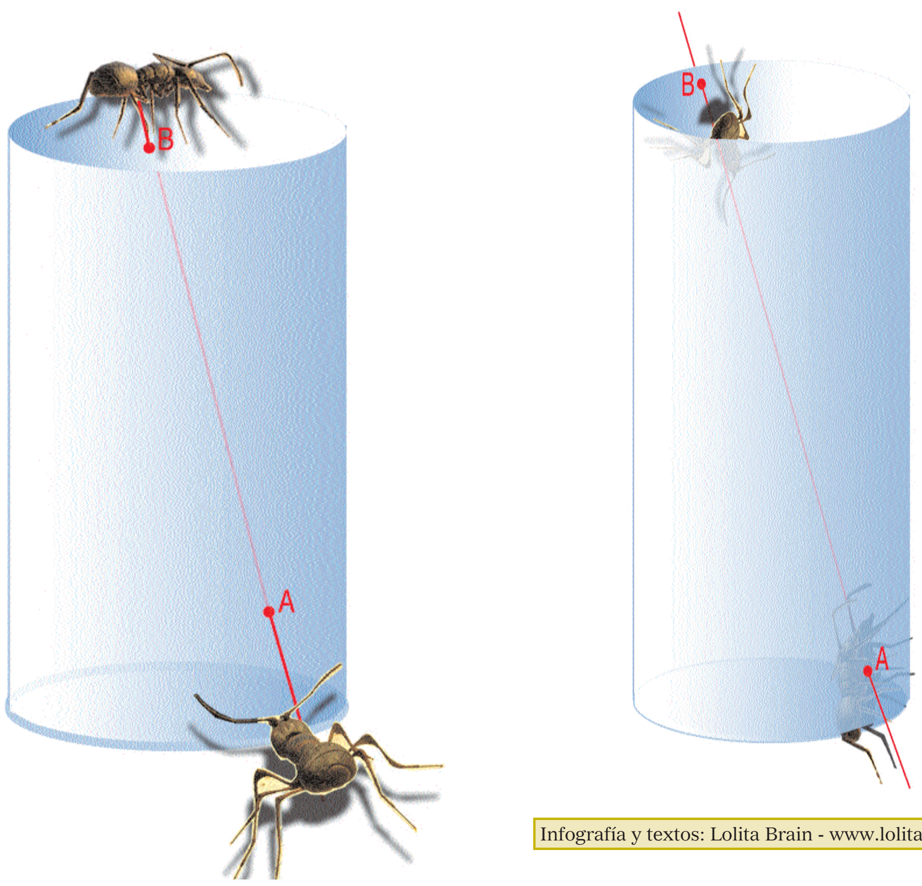






CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD PARA SUPERFICIES CURVAS

Cuando las regiones que deseamos caracterizar como cóncavas o convexas no son poliédricas, tenemos que acudir a la caracterización de las regiones en función de los caminos rectos que unen sus puntos, como en el caso de los polígonos. Tomemos un cilindro como ejemplo. En la imagen de la izquierda, dos hormigas se hallan en el espacio exterior del cilindro. Si quieren ir una al encuentro de la otra por cualquier camino recto como el pintado en rojo, observamos que el segmento AB se halla en el interior del cilindro, es decir, se sale de la región en la que están las hormigas: el exterior es por tanto cóncavo. En cambio, en la figura de la derecha, las dos hormigas están en el interior del cilindro. Ahora, cualquier camino recto que tomen las hormigas (AB) se encontrará siempre dentro. Por tanto, el interior del cilindro es convexo.



Infografía y textos: Lolita Brain - www.lolitabrain.com